INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN VASLUI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 19.02.2017
Filiera tehnologică: profil tehnic

Clasa a XI-a

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A \in M_2(R)$

a) Să se determine matricea $X \in M_2(R)$, $X = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ care îndeplineşte condiţia AX=XA

b) Să se calculeze X^n, unde $n \in N$.

2. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,m)$, $B(0,n)$ și $C(p,0)$, unde $m,n,p \in \mathbb{Z}$.

a) Arătați că dacă m,n,p sunt numere întregi consecutive, în ordine crescătoare, atunci aria triunghiului ΔABC este egală cu 0,5.

b) Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & n & m \\ b & 0 & p \end{pmatrix}$, unde $a,b \in \mathbb{Z}$. Doi colegi de bancă, Andrei și Dan, joacă următorul joc: Andrei dă o valoare lui m, apoi Dan dă o valoare lui a, iarăși Andrei dă o valoare lui n, apoi Dan dă o valoare lui b, iar la final Andrei dă o valoare lui p. Câștigă Andrei dacă și numai dacă $|\det A| = 2$. Care sunt tripletele (m,n,p) care îi asigură victoria lui Andrei indiferent de alegerile lui Dan?

3. Pentru fiecare număr natural nenul $n, n \geq 2$ se consideră funcția $f_n: (-4,4) - \{0\} \to \mathbb{R}$,
$$f_n(x) = \frac{\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} - 4}{x^n}.$$

a) Arătați că $\lim_{x \to 0} f_2(x) = -\frac{1}{32}$;

b) Arătați că nu există $\lim_{x \to 0} f_3(x)$;

c) Determinați n natural nenul, $n \geq 2$, pentru care există $\lim_{x \to 0} f_n(x)$.

4. Fie funcția $f: D \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3}{(ax+b)^2}$. Să se determine numerele reale a și b, $a > 0$ astfel încât dreapta $y = \frac{1}{4}x + 1$ să fie asimptotă la graficul funcției și apoi să se determine toate asimptotele funcției.

Notă:

Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.